

MATHEMATICAL MODEL OF THE INTERNAL BALTIC PROCESS RUNNING IN A RELEVANT SOLID FUEL ENGINE

Marian N. Mutafchiev

marian_mutafchiev@abv.bg

*Todor Kableshkov University of transport, Transport Equipment Department
158 Geo Milev Str , 1574 Sofia, BULGARIA*

Abstract: Presentation of a detailed quasi stationary thermodynamic model of the internal ballistics process running in a relevant solid fuel engine. A new equation and methodology for its solution is presented as well as a comparison with experimental data proving the authenticity of the learned results.

Keywords: internal ballistics, rocket engine with solid fuel.

МАТЕМАТИЧЕН МОДЕЛ НА ВЪТРЕШНОБАЛИСТИЧНИЯ ПРОЦЕС, ПРОТИЧАЩ В РАКЕТЕН ДВИГАТЕЛ С ТВЪРДО ГОРИВО

Мариан Н. Мутафчиев

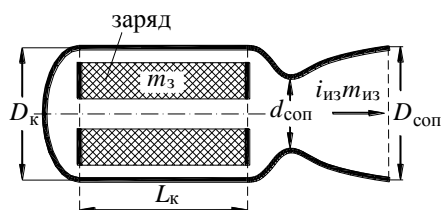
marian_mutafchiev@abv.bg

*Висше транспортно училище "Тодор Каблешков"
Катедра "Транспортна техника"
ул. "Гео Милев" 158 София 1574, БЪЛГАРИЯ*

Вътрешнобалистичният процес, протичащ в камерата на ракетните двигатели с твърдо гориво, може да се опише както количествено, така и качествено, като се апроксимира с отворена термодинамична система с подвижни и неподвижни граници, за която е в сила уравнението

$$dQ_3 + idm_{из} = d(Mu) + pdV + dQ_w,$$

където dQ_3 е елементарно количество топлина, отделено при изгарянето на заряда; $idm_{из}$ - енталпията на изтичащите газове; Mu - вътрешната енергия на газовете в камерата; pdV - работата (в случая е нула); dQ_w - топлинните загуби.



Фиг. 1. Схема на ракетен двигател с твърдо гориво

Подвижна граница на системата в случая е горящата повърхност на заряда, при което се увеличава обемът, но не се извършва работа. Примерна апроксимационна схема на ракетен двигател с твърдо гориво, по която е създаден представеният математичен модел, с основните означения е показана на фиг. 1.

След преработване се получава следното основно уравнение за определяне диференциала на температурата:

$$(1) \quad dT = (k-1)T \left(\frac{\bar{Q}_3 dm_3}{MRT} - \frac{dm_{из}}{M} - \frac{dV}{V} - \frac{dQ_w}{MRT} \right) - T \frac{dm_3}{M},$$

където k е показателят на адиабатата; \bar{Q}_3 - специфичната топлина на изгаряне на горивото; m_3 - масата на заряда; M - масата на газовете; R - газовата константа; V - обема на камерата; Q_w - топлинните загуби.

Текущата стойност на температурата се определя с изрази:

$$(2) \quad T_i = T_{i-1} + (dT)_{i-1}.$$

Налягането се определя с уравнението за състоянието:

$$(3) \quad p = \frac{RMT}{V}.$$

Текущата стойност на обема се определя от изрази:

$$(4) \quad V_i = V_k - \frac{m_3 - m_{3i}}{\rho_3},$$

където V_k е обемът на камерата; ρ_3 - плътността на заряда; m_3 - масата на заряда; m_{3i} - текущата стойност на масата на заряда.

Топлинните загуби се определят с изрази:

$$(5) \quad dQ_w = \lambda \pi D_k L_k (T - T_w) \Delta t,$$

където: λ е коефициент на топлопредаване; D_k - вътрешния диаметър на камерата; L_k - дължината на камерата; T - текущата температура на газовете; T_w - температурата на околните стени; Δt - интервала от време.

В критичното сечение на соплото се установява местната звукова скорост, която от своя страна е функция на температурата и се определя с изрази:

$$(6) \quad a = \sqrt{kRT_k}.$$

С тази скорост се определя дебитът през соплото

$$(7) \quad n_{\text{кзи}} = a_i f \rho_{\text{гi-1}},$$

където: $\rho_{\text{гi}} = \frac{M_i}{V_{\text{ки}}}$ е плътността на газовете в камерата.

Елементарната маса на изтичащите газове се определя с изрази:

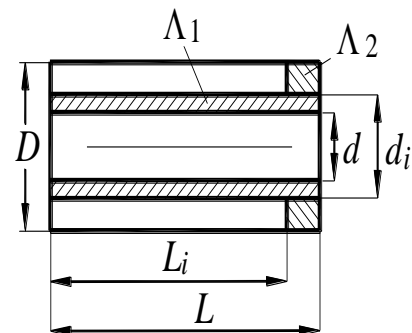
$$(8) \quad dm_{\text{кзи}} = n_{\text{кзи}} \Delta t.$$

Масата на газовете в камерата се определя с изрази:

$$(9) \quad M_i = M_{i-1} + dm_{3i} - dm_{\text{кзи}}$$

където: dm_{3i} е елементарната маса газове, която се образува в камерата при горенето на заряда.

За определяне на елементарната маса газове, която се образува при горенето на заряда, се приема геометричен закон на горене. По-долу ще бъде доказано, че това предположение за условията на камерата на ракетен двигател с твърдо гориво е напълно оправдано. Приема се, че зарядът има цилиндрична тръбна форма и гори по вътрешната цилиндрична повърхнина и едната странична повърхнина, както е показано на фиг. 2. Останалите повърхнини се приемат за бронирани, при което се очаква прогресивен характер на горенето. Като пример за приетата апроксимация е използвана реактивната противотанкова граната ПГ9, предназначена за противотанковото оръдие СПГ9М.



Фиг. 2. Схема на горенето на заряда

Определянето на изгарящия обем от заряда за единица време се извършва съгласно фиг. 2. Горещият обем по вътрешната цилиндрична повърхнина се определя с изрази:

$$\Lambda_1 = \frac{\pi}{4} (d_i^2 - d_{i-1}^2) L_{i-1};$$

Горещият обем по страничната цилиндрична повърхнина се определя съответно с изрази:

$$\Lambda_2 = \frac{\pi}{4} (D^2 - d_{i-1}^2) (L_{i-1} - L_i);$$

За текущата стойност на сумарния горещ обем се получава:

$$(10) \quad \Lambda_i = \Lambda_{i-1} - \frac{\pi}{4} [(d_i^2 - d_{i-1}^2) L_{i-1} + (D^2 - d_i^2) (L_{i-1} - L_i)],$$

където: d_i е текущата стойност на вътрешния диаметър; L_i - текущата стойност на дължината на заряда.

Текущата стойност на вътрешния диаметър се определя с израза:

$$(11) \quad d_i = d_{i-1} + 2u\Delta t,$$

където: u е скоростта на горене на твърдото гориво.

Текущата стойност на дължината на заряда се определя съответно с израза:

$$(12) \quad L_i = L_{i-1} - u\Delta t.$$

Скоростта на горене на твърдото гориво се определя с израза:

$$(13) \quad u = VT_k.$$

където: V е коефициент зависещ от естеството на горивото.

Тук трябва да се отбележи, че скоростта на горене на барута (горивото) се определя като функция на температурата в камерата, а не на налягането както се утвърждава в класическата теория на вътрешната балистика.

След като е определен обемът на изгорялата до даден момент част от заряда, става възможно определянето на масата на барутните газове, които са се образували, с израза:

$$(14) \quad m_{zi} = m_3 - \Lambda_i \rho_3.$$

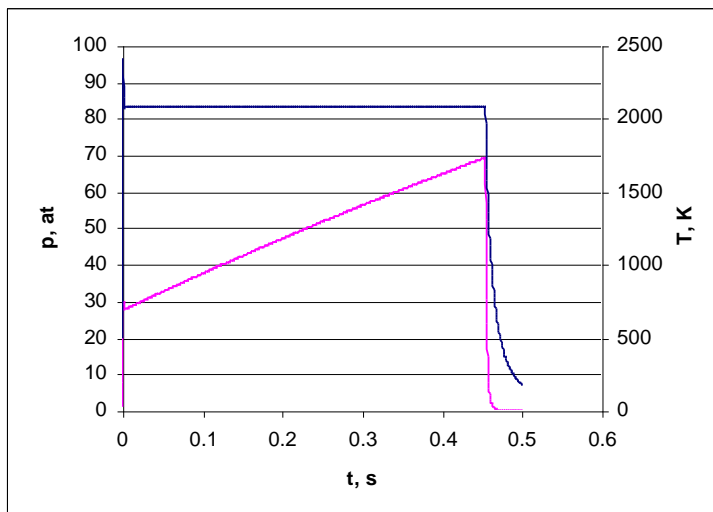
Елементарната маса газове, която се образува в камерата при горенето на заряда, се определя с израза:

$$(15) \quad dm_{zi} = \Delta m_{zi} = m_{zi} - m_{zi-1}.$$

С това се затваря цикълът по определянето на параметрите в камерата на ракетния двигател с твърдо гориво.

Индикаторната диаграма на реактивна противотанкова граната ПГ-9, изчислена с гореописаната методика, е показана на фиг. 3. От фигурата се вижда, че температурата остава постоянна по време на горене на заряда, докато налягането расте прогресивно, следвайки закона за горене на заряда.

След като са определени температурата и налягането в камерата, става възможно да се определи температурата в края на соплото при презумпцията за фиг. 3.



Фиг. 3. Изменение на температурата и налягането в камерата на ПГ-9

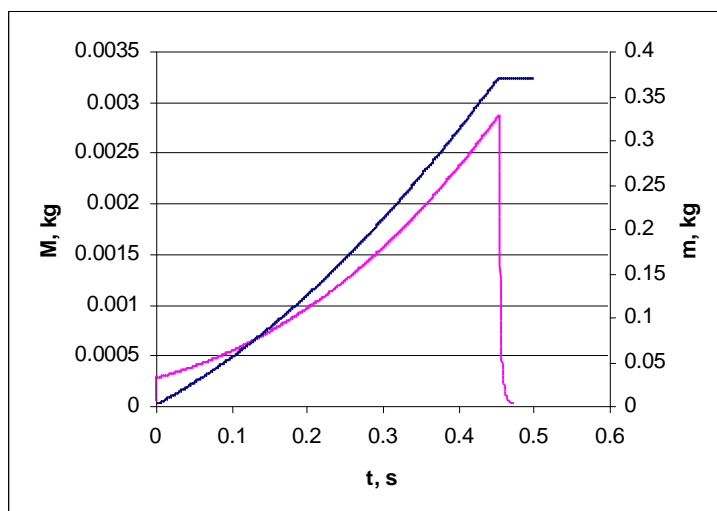
адиабатно разширение с израза:

$$(16) \quad T_{\text{соп}} = T_{\text{кам}} \left(\frac{p_0}{p_{\text{кам}}} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Следва да се определи плътността на газовете с уравнението на състоянието:

$$(17) \quad \rho_{\text{соп}} = \frac{p_0}{RT_{\text{кам}}}.$$

След като се определи масовият дебит на газовете през соплото със (7), при тази особеност, че изтичането през най-тясното сечение на соплото става с местната звукова скорост, се определя скоростта на газовете на сопловия срез чрез закона за непрекъснатостта с израза:



Фиг. 4. Изменение на масата на газовете в камерата и масата на продуктите на горенето на заряда на реактивната граната ПГ-9

$$(18) \quad w_{\text{соп}} = \frac{r \dot{m}}{f_{\text{соп}} \rho_{\text{соп}}}.$$

Показателно за адекватността на методиката е изменението на масата на газовете в камерата на двигателя, което е показано на фиг. 4. От фигурата става ясно, че притокът на газове от горенето на заряда е по-голям от разхода през соплото, поради което масата на газове в камерата расте по време на горене на заряда.

След като са определени скоростта и дебитът на газовете на сопловия срез, се определя теглителната сила с израза [1, 4]:

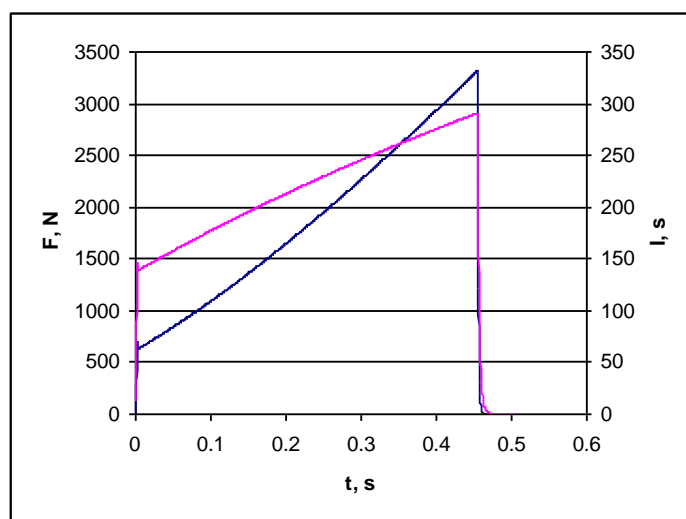
$$(19) \quad F_{\text{т}} = w_{\text{соп}} r \dot{m}.$$

Горният израз е пряко следствие от постановките на Мещерски и Циолковски за движение на тяло с променлива маса.

Специфичният импулс като контролен параметър се определя с израза:

$$(20) \quad I_{\text{y}} = \frac{F_{\text{т}}}{r \dot{m} 10}.$$

На фиг. 5. е показано изменението на теглителната сила (долната крива) и специфичният импулс на реактивната граната ПГ-9.



Фиг. 5. Изменение на теглителната сила и специфичния импулс на реактивната граната ПГ-9

За проверка на достоверността на математичния модел са използвани данни за външната ба-
листика на гранатата ПГ-9. Единствената известна информация, която може да бъде използвана
за проверка, е максималната скорост на гранатата, която се получава след ускоряването ѝ от ре-
активния двигател. За целта е достатъчно да се разгледа хоризонталното движение на гранатата,
като се отчете въздушното съпротивление и се пренебрегне гравитацията. В такъв случай за оп-
ределяне пътя на гранатата от закона за движение се получава изразът:

$$x_i = \frac{F_T - R_x}{m_{\text{гpi}}} \Delta t^2 + v_{i-1} \Delta t + x_i,$$

където: F_T е теглителната сила на реактивния двигател, определена с (19); R_x - силата на въздуш-
ното съпротивление; $m_{\text{гpi}}$ - текущата стойност на масата на гранатата.

Скоростта на гранатата се определя съответно с израза:

$$v_i = \frac{F_T - R_x}{m_{\text{гpi}}} \Delta t + v_{i-1}.$$

Ключов момент от това изчисление е определянето на въздушното съпротивление. Началната
скорост на гранатата е 430 m/s, а максималната 700 m/s, което означава, че по време на работа на
реактивния двигател тя се движи с надзвукова скорост в скоростен диапазон, в който коефициен-
тът на челно съпротивление се променя в тесен диапазон. При това положение можем да се въз-
ползваме от теорията на Сиачи [2] и да се работи със среден коефициент на челно съпротивление
за посочения скоростен диапазон. Силата от въздушно съпротивление се определя с израза:

$$R_{xi} = f_{\text{гp}} \rho_{\text{въз}} \frac{v_{i-1}^2}{2} c_x,$$

където: $f_{\text{гp}}$ е челната площ на гранатата; $\rho_{\text{въз}}$ - плътността на въздуха; c_x - коефициент на челно
съпротивление (0,645) [2].

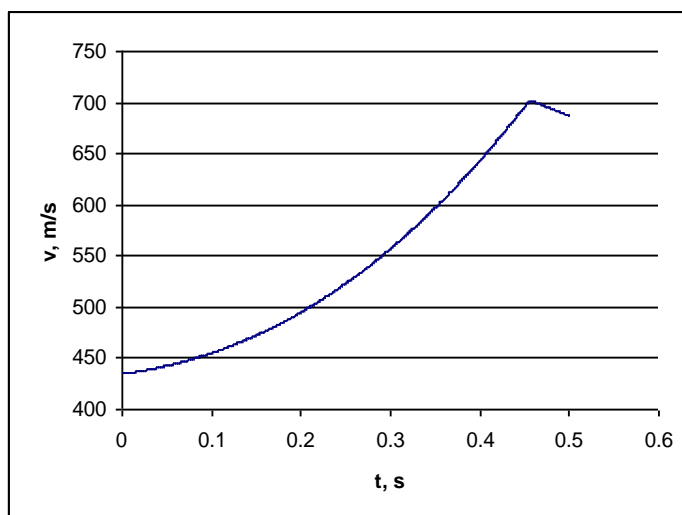
От особена важност е да се отчете изменението на масата на гранатата вследствие на горенето
на заряда, тъй като масата на последния е съизмерима с масата на гранатата.

Текущата стойност на масата на гранатата се определя с израза:

$$m_{\text{гpi}} = m_{\text{гp}} - \sum dm_{\text{соп}},$$

където: $\sum dm_{\text{соп}}$ е сумата от елементарните маси на газовете, изтичащи през соплото от началото
на горене на заряда до текущия момент.

На фиг. 6. е показано изменението на скоростта на гранатата ПГ-9 по време на ускоряването ѝ
от реактивния двигател.

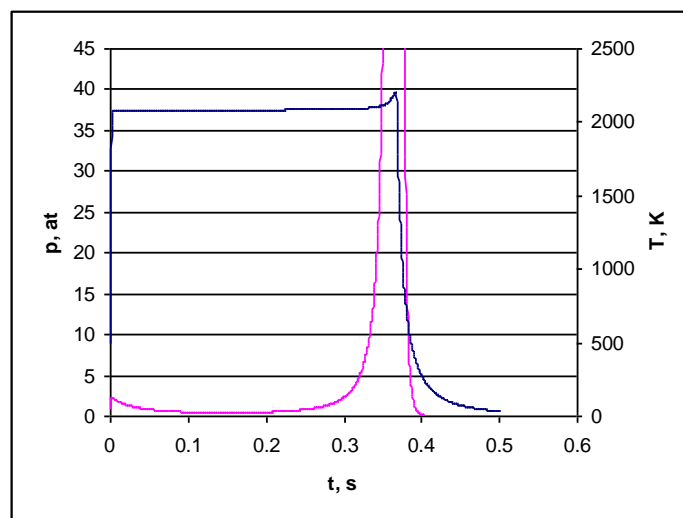


Фиг. 6. Изменение на скоростта на гранатата ПГ-9 по време на ускоряването ѝ от реактивния двигател

От фиг. 6 се вижда, че максимумът на кривата е точно 700 m/s. Точната изчислена стойност на
скоростта е 701,95 m/s, което ще рече, че разликата със заводската стойност е 0,27%. Подозри-
телна точност, но това се получава при описаните по-горе условия.

Показаните сравнителни резултати би трябвало да дават достатъчно основание да се признае за висока достоверността на представената методика за определяне на вътрешнобалистичните параметри на ракетните двигатели с твърдо гориво.

На фиг. 7 е показан резултатът от изчисленията за температурата и налягането в камерата при условие, че за определяне на линейната скорост на горене на горивото е използвана зависимостта ѝ от налягането ($u=Ap_k$).



Фиг. 7. Изменение на температурата и налягането в камерата на ПГ-9

От фигурата се вижда ясно, че резултатът за налягането е катастрофален, няма нищо общо с действителността. Това дава основание да се допусне хипотезата, че скоростта на горене на горивото при малки налягания до 200-300 at. се намира в много по-проста зависимост от температурата (13), отколкото от налягането. При това възниква въпросът: необходимо ли е да се търси сложната зависимост от налягането, при положение че простата зависимост от температурата дава достатъчно точен резултат.

Научни новости:

1. Представено е ново уравнение за количествено и качествено описание на вътрешнобалистичния процес (1).

2. Представена е методика за количествено и качествено описание на вътрешнобалистичния процес, протичащ в камерите на реактивните балистични двигатели (ракетни двигатели с твърдо гориво), без да се употребяват никакви относителни величини, като: относително количество на изгорялото гориво ψ , относителна дебелина на горящия свод z [3, 4]. и др.

3. Представени са факти, даващи основание да се издигне хипотезата, че скоростта на горене на горивото при малки налягания се намира в много по-проста и пряка зависимост от температурата (13), отколкото от налягането.

Последното твърдение се представя от автора като хипотеза, тъй като все още не са проверени всички възможности и подробности, свързани със скоростта на горене, и представената методика от него лично.

References:

1. Кувеко А. Е., Мирополски Ф. П. Внутренняя баллистика ствольных систем и ракетные двигатели твердого топлива. издание ВВИА Н. Е. Жуковского, 1987. 310 с.
2. Коновалов А. А., Николаев Ю. В. Внешняя баллистика. 1979. 231 с.
3. Мутафчиев М. Н. Математично моделиране на процесите, протичащи в цевните оръжия и топлинните двигатели, дисертация за получаване на научна степен „Доктор на техническите науки”. София, 2016.
4. Никитин В. А., Швыкин Ю. С., Юрманова Н. П. Термодинамические основы внутренней баллистики, ТулГУ, Тула, 2004.