

# STATISTICAL DATA ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODEL FOR STUDY OF SILENCER'S TRIBOLOGICAL CHARACTERISTICS INFLUENCE ON SHOTS GROUPING

**Yana D. Dimitrova**

*Faculty of Artillery, Air Defense and Communication and Information Systems,  
National Military University, Shumen, Bulgaria, dimitrovax2yana@gmail.com*

**Abstract:** *Influence of the silencer's tribological characteristics on shots grouping leads to issues in accomplishing high efficiency of small arms. The study of tribological characteristics' influence contributed to the development of mathematical model and experimental study. The goal of the report is to evaluate the acceptability of mathematical model through statistical data analysis.*

**Keywords:** *Correlation analysis, Regression analysis, mathematical model data*

## ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТТА НА АНАЛИТИЧЕН МОДЕЛ ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ВЛИЯНИЕТО НА ТРИБЛОГИЧНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ШУМОЗАГЛУШИТЕЛЯ ВЪРХУ ГРУПИРАНОСТТА

**Яна Д. Димитрова**

### Въведение

Изменението на средата за сигурност в съвременната реалност налага в значителна част от операциите, изпълнявани от звената за сигурност, да се използват шумозаглушители с цел да бъде подтиснат звука от изстрела. Анализът на конструктивно проектираните шумозаглушители за стрелково оръжие камерен тип с гумен obturator показва, че изменението на групираността на стрелбата е в резултат на проявяващите се трибологични характеристики при преминаването на куршума през гумения obturator.

Трибологичните характеристики могат да бъдат определени като сили проявяващи се в резултат от преминаването на куршума през гумения obturator на шумозаглушителя камерен тип. За изследване влиянието на силите на триене върху групираността на стрелбата в резултат от трибологичните характеристики е разработен аналитичен модел и е проведено експериментално изследване. Обект на изследването са 7,62 mm Автомат „Калашников“-47 и камерен тип шумозаглушител с гумен obturator ПБС-1.

Основна задача е потвърждаване адекватността на математическия (аналитичния) модел изследващ изменението на групираността в резултат от влиянието на трибологичните характеристики на шумозаглушителя при стрелба със стрелково оръжие. Това се постига чрез сравняване на кохерентността между резултатите получени чрез математическия модел и тези от емпиричното изследване чрез стрелба.

Един от способите за извършване обосновка на адекватността на модела е чрез използване на методите на регресионния анализ. Регресионният анализ представя информация за зависимостта между една независима променлива, която се означава с „ $X$ “ и друга зависима величина „ $Y$ “. Извършването на регресионен анализ е коректно само след корелационен анализ на изследваните величини, който показва степента на зависимост между тях.

В доклада се изследва зависимостта на величините: „ $X$ “ представляваща областта от данни получени от аналитичен модел и „ $Y$ “ – областта на данните от проведено експериментално изследване върху влиянието на трибологичните характеристики на шумозаглушителя върху групираността при стрелба със стрелково оръжие.

### Оценка адекватността на модела

Повдигат се следните работни хипотези:

- резултатите получавани от аналитичния модел са взаимосвързани с резултатите от експерименталното изследване;
- резултатите получавани от аналитичния модел могат да се използват за прогнозно определяне на групираността на стрелбата.

### Задачи

- да се извърши корелационен анализ за обосновка статистическата значимост между изследваните величини;
- да се извърши регресионен анализ, с който да се приемат или отхвърлят работните хипотези и обосноват решенията относно възможността за използване на изведения аналитичен модел.

### Обработка и статистически анализ на резултатите

В таблица 1 са представени измерените от експерименталното изследване стойности и получените резултати от извършените изчисления, съгласно разработения аналитичен модел за определяне влиянието на трибологичните характеристики на шумозаглушителя при стрелба със стрелково оръжие.

Таблица 1.

*Резултати за стойностите на голямата и малката ос на елипсата на разсейване и диаметъра на групираността*

№ по ред на серията	Резултати на стойности получени от математическия модел			Резултати на стойности получени от експерименталното изследване		
	$Y_{m100}$ [m]	$X_{m100}$ [m]	$D_{m100}$ [m]	$Y_{100}$ [m]	$X_{100}$ [m]	$D_{100}$ [m]
1	0,271	0,2218	0,271	0,347	0,19	0,347
2	0,2578	0,2214	0,2578	0,187	0,424	0,424
3	0,2446	0,221	0,2446	0,127	0,204	0,204
4	0,2314	0,2206	0,2314	0,108	0,21	0,21
5	0,2182	0,2202	0,2202	0,112	0,191	0,191
6	0,205	0,2198	0,2198	0,077	0,247	0,247
7	0,1918	0,2194	0,2194	0,126	0,251	0,251
8	0,1786	0,219	0,219	0,253	0,127	0,253
9	0,1654	0,2186	0,2186	0,145	0,246	0,246
10	0,1522	0,2182	0,2182	0,196	0,13	0,196

В таблицата означенията са както следва (фиг. 1):

- $Y_{100}$  – голяма ос на елипсата на разсейване на попаденията във вертикалната равнина, в която се побират 100% от попаденията, при влияние на възникващите сили на триене в резултат от трибологичните характеристики [m];

-  $X_{100}$  – малката ос на елипсата на разсейване на попаденията в хоризонталната равнина, в която се побират 100% от попаденията, при влияние на възникващите сили на триене в резултат от трибологичните характеристики [m];

-  $D_{100}$  – диаметър на групираността (по-голямата ос), в който се побират 100% от попаденията, при влияние на възникващите сили на триене в резултат от трибологичните характеристики [m];

Преди извършване на статистически анализ, за намаляване влиянието на аномалните измервания, е необходимо получените резултати от експерименталното изследване да се обработят, посредством подреждане в низходящ ред.

Определяне на функционалната връзка между данните получавани от аналитичния модел и тези от експерименталното изследване се извършва посредством изчисляване на коефициента на корелация на Пирсън по формулата [2, 5, 7]:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{S_x \cdot S_y}, \quad (1)$$

където:  $r_{xy}$  – коефициент на корелация;

$C_{xy}$  – коефициент на коварация на величините „X“ и „Y“;

$S_x$  – средноквадратично отклонение на величината „X“ (данните получени от аналитичния модел);

$S_y$  – средноквадратично отклонение на величината „Y“ (данните получени от експерименталното изследване).

Коефициента на коварация се изчислява по формулата [3, 4, 5, 7, 8]:

$$C_{xy} = \frac{1}{b-1} \sum_{i=1}^b x_i - x \cdot y_i - y, \quad (2)$$

където:  $C_{xy}$  – коефициент на коварация на величините „X“ и „Y“;

$b$  – брой на опитните данни;

$x_i$  – стойност на  $i^{\text{тото}}$  показание на данните от аналитичния модел;

$x$  – средноаритметично на данните от аналитичния модел;

$y_i$  – стойност на  $i^{\text{тото}}$  показание на данните от експерименталното изследване;

$y$  – средноаритметично на данните от експерименталното изследване.

Средноаритметичното на кои да е данни се изчислява по формулата [2, 3, 5, 8, 9]:

$$m = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b m_i, \quad (3)$$

където:  $m$  – средноаритметично на данните;

$b$  – брой на опитните данни;

$m_i$  – стойност на  $i^{\text{тото}}$  показание на данните.

Средноквадратично отклонение на кои да е данни се изчислява по формулата [2, 3, 5, 8, 9]:

$$S_m = \sqrt{\frac{1}{b-1} \sum_{i=1}^b m_i - m^2}, \quad (4)$$

където:  $S_m$  – средноквадратично отклонение на данните;

$b$  – брой на опитните данни;

$m_i$  – стойност на  $i^{\text{тото}}$  показание на данните

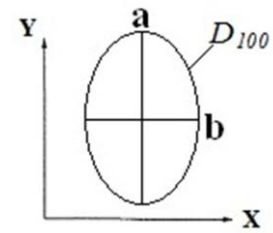
$m$  – средноаритметично на данните.

За определяне качеството на регресионния анализ се изчислява стойността на коефициента на детерминация по формулата [2, 4, 9]:

$$R_d = r_{xy}^2, \quad (5)$$

където:  $R_d$  – коефициент на детерминация

$r_{xy}$  – коефициент на корелация.



Фиг. 1. Елипса на разсейване

$a$  – голяма ос на елипсата;

$b$  – малка ос на елипсата;

– диаметър на групираността

В случай, че се установи наличие на функционална връзка между изследваните величини може да се извърши регресионен анализ за оценка адекватността на модела.

От друга страна в резултат на проявяването на редица фактори и явления (една част известни, контролируеми друга част неизвестни, неконтролируеми) в хода на експерименталните изследвания, изследваната величина се променя значително от аналитично получаваната. Това от своя страна налага построяването на емпиричен модел, който да отразява в най-пълна степен зависимостта между величините.

Регресионният анализ предоставя възможност за изследване на зависимостта между величините, посредством построяване на емпиричен модел (уравнението на регресия). Линеиното регресионно уравнение може да има следния вид [3, 5, 6]:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i, \quad (6)$$

където:  $y_i$  – стойност на  $i$  тото показание на прогнозираната величина на данните от аналитичния модел;

$\beta_0$  и  $\beta_1$  – параметри на регресионния модел в генералната съвкупност;

$x_i$  – стойност на  $i$  тото показание на данните от аналитичния модел;

Стойностите на параметрите на регресионния модел в генералната съвкупност се извеждат по методът на най-малките квадрати (МНК), посредством формулите [3, 5, 6]:

$$\beta_0 = y - \beta_1 x, \quad (7.1)$$

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^b x_i y_i - b \cdot x \cdot y}{\sum_{i=1}^b x_i^2 - b \cdot x^2}, \quad (7.2)$$

където:  $\beta_0$  и  $\beta_1$  – параметри на регресионния модел в генералната съвкупност;

$x$  – средноаритметично на данните от аналитичния модел;

$x_i$  – стойност на  $i$  тото показание на данните от аналитичния модел;

$y$  – средноаритметично на данните от експерименталното изследване;

$y_i$  – стойност на  $i$  тото показание на данните от експерименталното изследване;

$b$  – брой на опитните данни.

Оценка адекватността на аналитичния модел изисква извършване на статистически анализ на регресионния модел. Статистическия анализ има за цел да установи точността, адекватността и работоспособността на регресионния емпиричен модел. Първия етап при провеждането му е определяне статистическата значимост на параметрите на регресионния модел.

Определянето на значимостта на параметрите може да се извърши посредством t-критерия на Стюдънт и съпоставянето му със съответната му критична стойност Той се изчислява по формулата [3, 5, 6]:

$$t_0 = \frac{\beta_j}{SS_{\beta_j}}, \quad (8)$$

където:  $\beta_j$  – стойност на  $j$  тия параметър;

$SS_{\beta_j}$  – стандартна грешка на параметъра  $\beta_j$ .

Стойността на стандартна грешка на оценката за съответния параметър се изчисляват по формулите [3, 5, 6]:

- за параметъра  $\beta_0$ :

$$SS_{\beta_0} = \frac{SS_E}{b} \frac{\sum_{i=1}^b x_i^2}{\sum_{i=1}^b x_i - x^2}, \quad (9)$$

- за параметъра  $\beta_1$ :

$$SS_{\beta_1} = \frac{SS_E}{\sum_{i=1}^b x_i - x^2}, \quad (10)$$

където:  $SS_{\beta_0}$  – стандартна грешка на параметъра  $\beta_0$ ;

$SS_{\beta_1}$  – стандартна грешка на параметъра  $\beta_1$ ;

$SS_E$  – сума от квадратите на грешката;

$x$  – средноаритметично на данните от аналитичния модел;

$x_i$  – стойност на  $i^{\text{то}}$  показание на данните от аналитичния модел;  
 $b$  – брой на опитните данни.

Втория етап от статистическия анализ на регресионния модел включва оценка адекватността му, която при липса на паралелни опити се извършва посредством определяне стойността на  $F_0$  – критерия на Фишер и съпоставянето му със съответната му критична стойност. Оценка е приложима само в случаите, когато параметрите на регресионния модел са адекватни (статистически значими) [5]. Стойността му се изчислява по формулата [3, 5, 6]:

$$F = \frac{S_D^2}{S_E^2}, \quad (11)$$

където:  $S_D^2$  – дисперсия относно регресията;

$S_E^2$  – остатъчна дисперсия.

Остатъчната и дисперсията относно регресията се изчисляват по формулите [5, 6]:

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^b y_i - y^2}{1}, \quad (12.1)$$

$$S_E^2 = \frac{\sum_{i=1}^b y_i - y_i^2}{b - u - 1}, \quad (12.2)$$

където:  $y_i$  – стойност на  $i^{\text{то}}$  показание на прогнозираната стойност на данните от аналитичния модел;

$y$  – средноаритметично на данните на прогнозираната стойност на данните от аналитичния модел;

$y_i$  – стойност на  $i^{\text{то}}$  показание на данните от експерименталното изследване;

$u = 1$  – брой на фактор-признаците в уравнението на линейна регресия;

$b$  – брой на опитните данни.

## Резултати

Получените резултати от статистическия анализ на данните от аналитичния модел и от експерименталното изследване за влиянието на силите на триене в резултат от трибологичните характеристики върху групираността на стрелбата са представени в таблица 2.

В таблица 3 са представени получените резултати от линейното регресионно уравнение за изследване на зависимостта между данните получавани от аналитичния модел и експерименталното изследване.

Таблица 4 представя резултатите от статистическия анализ на регресионното уравнение на данните от аналитичния модел и от експерименталното изследване за влиянието на силите на триене в резултат от трибологичните характеристики върху групираността на стрелбата.

Таблица 2.

Резултати от статистическия анализ на данните

Величина	Показател										
	$m$	$S_m$	$C_{xy}$	$r_{xy}$	$R_d$	$\beta_0$	$\beta_1$	$SS_{\beta_0}$	$t_{0\beta_0}$	$SS_{\beta_1}$	$t_{0\beta_1}$
$Y_{m100}$	0,2116	0,039965	0,002982	0,918	0,843	-0,227	1,867	0,061	-3,716	0,284	6,563
$Y_{100}$	0,1678	0,081241									
$X_{m100}$	0,22	0,001211	0,000088	0,873	0,763	-13,031	60,242	2,612	-4,989	11,872	5,074
$X_{100}$	0,222	0,083525									
$D_{m100}$	0,232	0,01924	0,001339	0,939	0,883	-0,582	3,617	0,108	-5,374	0,465	7,77
$D_{100}$	0,2569	0,074055									

Таблица 3.

Резултати от регресионното уравнение

№ по ред	За голямата ос на елипсата на разсейване – $Y_{100}$			За малката ос на елипсата на разсейване – $X_{100}$			За диаметъра на групираността – $D_{100}$		
	$y_i$	$y_i - y^2$	$Y_{100i} - y_i^2$	$x_i$	$x_i - x^2$	$X_{100i} - x_i^2$	$d_i$	$d_i - d^2$	$D_{100i} - d_i^2$
1	0,279	0,012297	0,000059	0,33	0,011758	0,011809	0,398	0,019897	0,016118
2	0,254	0,007439	0,000014	0,306	0,007113	0,00722	0,35	0,008707	0,008541
3	0,229	0,003795	0,000231	0,282	0,003629	0,003755	0,302	0,002077	0,003349
4	0,205	0,001366	0,000709	0,258	0,001306	0,001412	0,255	0,000004	0,000544
5	0,18	0,000152	0,00145	0,234	0,000145	0,000193	0,214	0,001821	0,000035
6	0,155	0,000152	0,002452	0,21	0,000145	0,000096	0,212	0,001947	0,000049
7	0,131	0,001366	0,003717	0,186	0,001306	0,001123	0,211	0,002077	0,000065
8	0,106	0,003795	0,005243	0,162	0,003629	0,003273	0,21	0,002211	0,000083
9	0,082	0,007439	0,007031	0,138	0,007113	0,006546	0,208	0,002349	0,000103
10	0,057	0,012297	0,009081	0,114	0,011758	0,010942	0,207	0,002491	0,000126

Таблица 4.

Резултати от статистическия анализ на регресионното уравнение

За голямата ос на елипсата на разсейване – $Y_{100}$			За малката ос на елипсата на разсейване – $X_{100}$			За диаметъра на групираността – $D_{100}$		
$S_D^2$	$S_E^2$	F	$S_D^2$	$S_E^2$	F	$S_D^2$	$S_E^2$	F
0,050098	0,001163	43,07864	0,047905	0,00186	25,74968	0,043582	0,000722	60,37398

**Изводи:**

Получените резултати от извършеното изследване позволяват да бъдат направени следните изводи:

1. Стойностите на корелационния коефициент на Пирсън, представени в таблица 2, са между 0,7 и 1, което показва, че между данните получавани от аналитичния модел и експерименталното изследване има силна функционална връзка.

2. От стойностите на коефициента на детерминация, представени в таблица 2, може да се допусне, че приблизително 84 % от дисперсиите на данните получени за изменението на голямата ос на елипсата на разсейване, 76 % за малката ос и 88 % за диаметъра на групираността, от експерименталното изследване потвърждават данните получавани от аналитичния модел.

3. Критичната стойност на t-критерия за параметрите  $\beta_0$  и  $\beta_1$  (табл. 2) при ниво на значимост  $\alpha = 0,05$  и степени на свобода  $v = b - 1 = 9$  е  $t_{kr} = t_{\alpha;v} = 2,262$ . Това от своя страна показва, че всички изчислени стойности на t-критерия за параметрите на регресионния модел са по-големи от критичната стойност и е основание за потвърждаване на статистическата им значимост.

4. Получените стойности за F-критерият на Фишер (таблица 4) и съответстващата му критична стойност при ниво на значимост  $\alpha = 0,05$  и степени на свобода  $df_1 = u = 1$  и  $df_2 = 9$ ,  $F_{\alpha;df_1;df_2} = F_{kr} = 5,12$  показват, че  $F > F_{\alpha;df_1;df_2}$ . Тези резултати са основание за потвърждаване адекватността на модела за изследване влиянието на силите на триене в резултат от трибологичните характеристики върху групираността на стрелбата, тъй като липсват паралелни опити.

5. На основание получените резултати може да се направи извода, че разработения аналитичен модел може да се приеме за адекватен и същият може да се използва за прогнозно определяне изменението на групираността при проектиране, конструиране или модернизация на камерни шумозаглушители с гумен obturator за стрелково оръжие.

## References

1. Vuchkov I. N., Boyadjieva. L N. (2001). Quality improvement with design of experiments. A response surface approach. Kluwer Academic Publishers
2. Montgomery D. C. (2001) Design and Analysis of Experiments. Wiley
3. Walpole R. E., Myers R. H., et al. (2012) Probability & statistics for engineers & scientists. Ninth edition. Pearson
4. Вълчев Д. Л. (2003) Записки по приложна статистика 1. София
5. Георгиев И., Стефанов С. (2013) Анализ на експериментални данни. Велико Търново
6. Вълчев Х., Йорданова П. (2004). Статистиката. Шумен
7. Йорданов Р. (2014) Контрол на качеството. София
8. Кацев И. Г. (2019) Регресионен и корелационен анализ на факторите влияещи на стрелбата на артилерията. International scientific conference, DefTech 2019, Шумен, стр. 230-234, ISSN 2367-7902
9. Дронов С. В. (2003) Многомерны статистический анализ. Учебное пособие. Барнаул
10. Иода Е. В., Герасимов Б. И., (2004). Статистика. Тамбовский государственный технический университет
11. Спирин Н. А., Лавров В. В., Зайнуллин Л. А., Бондин А. Р., Бурькин А. А. (2015) Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента. Екатеринбург
12. Яворский В. А. (2006) Планирование научного эксперимента и обработка экспериментальных данных. Москва